



Du
16
DÉC.
2020

14h00
-
15h00

RÉGA

~~Antoine Chambert-Loir~~ 14h00 - Combinatoire et géométrie algébrique

INSCRIPTION

Étant donné un polytope convexe P de dimension d dans un espace vectoriel réel, considérons la suite $f(P) = (f_0, f_1, \dots)$ d'entiers, où f_m est le nombre de faces de dimension m — le « vecteur f » associé au polytope P . Si la situation est essentiellement inintéressante en dimension 1 et 2 — on trouve $f(P) = (2, 1)$ et $f(P) = (n, n, 1)$ respectivement, où n est un entier ≥ 3 qui peut être arbitraire —, elle devient bien plus intéressante en dimension plus grande. La relation d'Euler-Poincaré $f_0 - f_1 + f_2 - \dots = (-1)^{d-1}$, d étant la dimension de P , indique que ces vecteurs f ne peuvent être arbitraires et les travaux de McMullen (1971), Billera et Lee (1980) et Stanley (1980) caractérisent exactement ceux qui apparaissent, au moins lorsque toutes les faces des polytopes considérés sont des simplexes (ces polytopes sont dits *simpliciaux* ou *simples*).

Ces caractérisations se formulent plutôt en termes du vecteur $h(P)$, formé des coefficients du polynôme $\sum_{i=0}^d h_i x^{d-i} = \sum_{i=0}^d f_{i-1} (x-1)^{d-i}$. Les relations de Dehn-Sommerville affirment déjà que ce vecteur h est symétrique: $h_i = h_{d-i}$, mais il y a d'autres conséquences.

La conséquence la plus élémentaire de cette caractérisation est que le vecteur h est *unimodal* : ses coefficients croissent puis décroissent. La démonstration de Stanley repose sur la géométrie algébrique. C'est en fait une conséquence presque immédiate du théorème de Lefschetz difficile pour la cohomologie d'intersection des variétés toriques.

Le but de l'exposé est de donner quelque intelligibilité à la dernière phrase de ce résumé.



INSTITUT HENRI POINCARÉ - UAR839

Sorbonne Université / CNRS
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05

HORAIRES

L'institut :

- lundi au vendredi de 8h30 à 18h,
- fermé les jours fériés.

Le musée - Maison Poincaré :

- lundi, mardi, jeudi et vendredi de 9h30 à 17h30,
- samedi de 10h à 18h,
- fermé le mercredi et le dimanche.