



TEMPS D'EXÉCUTION : 30-40 MINUTES. DIFFICULTÉ : 3/5

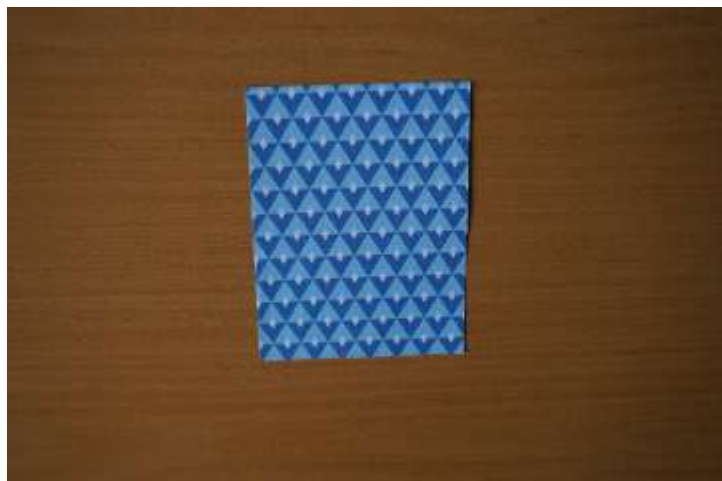
Dodécaèdre

Le dodécaèdre régulier est un solide composé de douze faces identiques en forme de pentagones. Cet origami contient un défi supplémentaire : assembler le dodécaèdre de sorte que deux faces qui se touchent n'aient pas la même couleur. Vous pourrez constater que, pour ce faire, il ne faut pas moins de 4 couleurs de papier différentes !

Instructions pour la fabrication du dodécaèdre

Matériel

12 feuilles rectangulaires au format A6 (10,5 cm x 14,8 cm), idéalement en 4 couleurs différentes.



Instructions

1. Prenez la première feuille et pliez-la dans le sens du côté court.

URL de la page :
<https://www.ihp.fr/fr/dodecaedre>



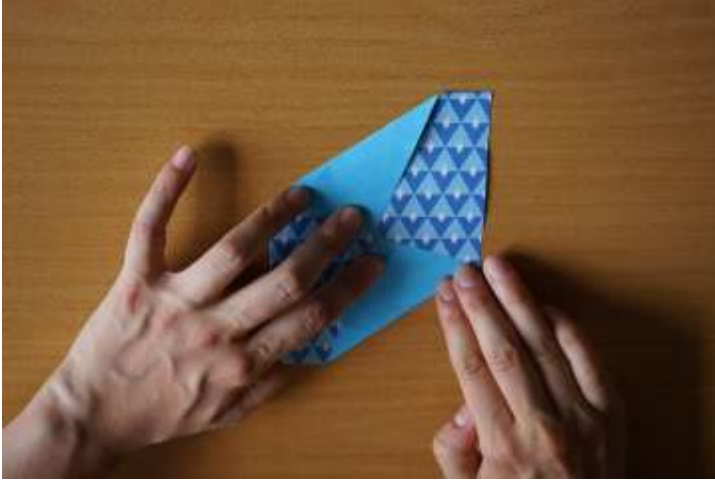
2. Dépliez la feuille et pliez-la à nouveau dans le sens du côté long.



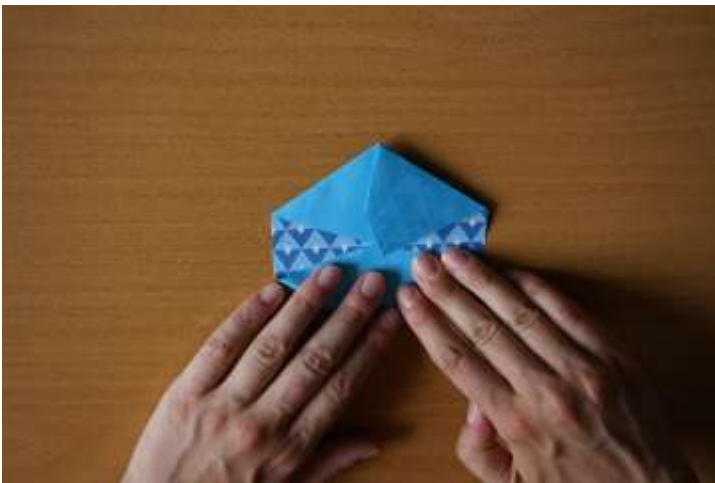
3. Dépliez la feuille. Prenez le coin en haut à gauche et ramenez-le sur le point au milieu de la feuille, à l'intersection des deux plis. Pliez de manière à obtenir un triangle.



4. Répétez l'opération en prenant le coin en bas à droite.



5. Faites de même avec le coin en haut à droite et celui en bas à gauche. Vous devriez vous retrouver avec une forme hexagonale.



6. Pliez l'hexagone en deux en suivant le pli horizontal au milieu. Faites glisser un des deux plis réalisés au point 5 dans l'autre, de manière à empêcher la feuille de se déplier.



7. La feuille a maintenant une forme de pentagone irrégulier, avec deux côtés verticaux très courts.



8. Prenez l'extrémité supérieure du côté vertical de gauche et ramenez-la sur le signe du pli vertical au milieu de la forme. Ceci va former une sorte de languette, dont le bord supérieur doit être parfaitement horizontal (c'est-à-dire, parallèle au côté inférieur du pentagone).

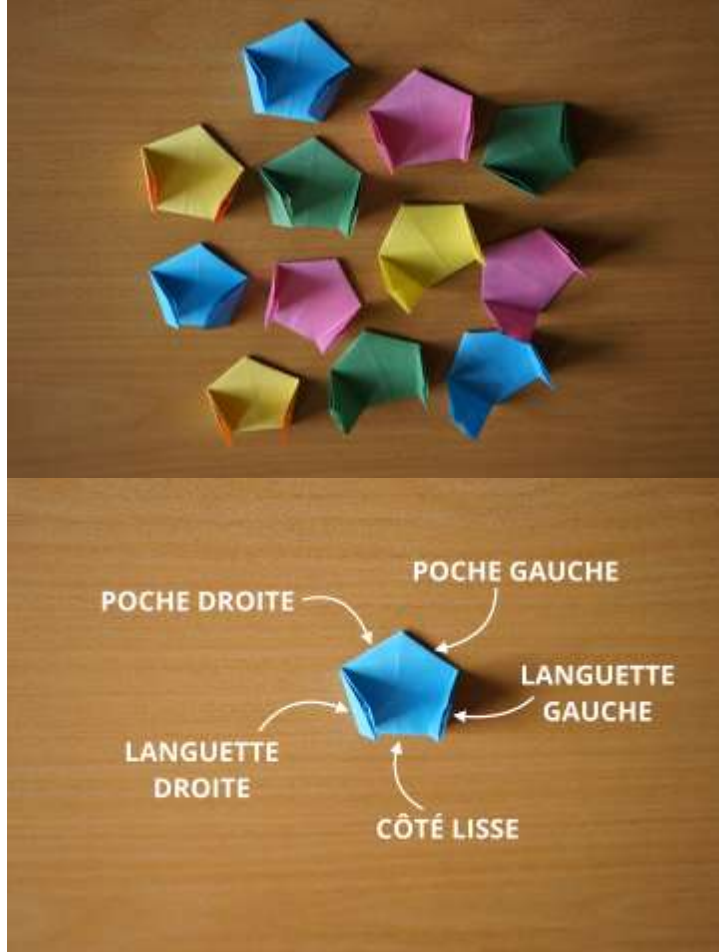


9. Répétez la procédure avec le côté droit, de manière à former une deuxième languette. En retournant le papier, vous devrez constater qu'il a la forme d'un pentagone régulier.



10. Répétez la procédure pour les onze autres feuilles, jusqu'à vous retrouver avec douze modules pentagonaux munis de languettes. Chaque pentagone a deux languettes, deux poches et un côté lisse.

URL de la page :
<https://www.ihp.fr/fr/dodecaedre>



11. Procédez à l'assemblage du dodécaèdre. Prenez deux modules de couleurs différentes. Glissez la languette droite du premier (en vert dans la photo) dans la poche droite du deuxième (en jaune).



12. Prenez un troisième module de couleur différente des deux premiers (en bleu dans la photo). Glissez sa languette gauche dans la poche gauche du deuxième (en jaune). Ainsi faisant, le côté lisse du troisième module se retrouve en contact avec le côté lisse du premier module (en vert).



13. Ajoutez maintenant un module de la quatrième couleur (en magenta dans la photo). La languette gauche du premier module (en vert) et la languette droite du troisième module (en bleu) se glissent dans ses deux poches.



14. Ajoutez encore deux modules pour compléter la moitié inférieure du dodécaèdre, suivant la consigne qu'une languette doit toujours se glisser dans une poche et que deux côtés lisses doivent se toucher. Attention aussi à respecter l'alternance des couleurs.





15. Ajoutez 5 modules pour réaliser le "deuxième étage" du dodécaèdre, toujours en respectant les consignes du point 14.



16. Complétez en installant le douzième et dernier module (en magenta dans la photo) au sommet du dodécaèdre.



17. Le dodécaèdre est complet. Vous pourrez constater qu'il n'aurait pas été possible de le réaliser avec moins de 4 couleurs.

URL de la page :
<https://www.ihp.fr/fr/dodecaedre>



Le théorème des quatre couleurs

Supposons que nous avons une carte dessinée sur un plan ou sur toute autre surface en 3D n'ayant pas de trou (comme la surface d'une sphère ou d'un dodécaèdre, mais pas une bouée). La carte consiste en un ensemble de régions délimitées par des frontières, comme les départements sur une carte de France ou les faces pentagonales sur la surface d'un dodécaèdre.

Disons que nous voulons colorier les régions de cette carte de sorte que deux régions frontalières n'aient pas la même couleur. Le **théorème des 4 couleurs** établit alors deux résultats :

- 4 couleurs sont toujours **suffisantes** pour colorier la carte suivant cette consigne, peu importe le nombre et la forme des régions
- il existe des cartes pour lesquelles 4 couleurs sont aussi **nécessaires** : c'est le cas pour les faces de notre dodécaèdre (mais pas du cube par exemple)

Le théorème des 4 couleurs est issu d'une branche des mathématiques appelée **théorie des graphes**.



INSTITUT HENRI POINCARÉ - UAR839

Sorbonne Université / CNRS
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris Cedex 05

HORAIRES

L'institut :

- lundi au vendredi de 8h30 à 18h,
- fermé les jours fériés.

Le musée - Maison Poincaré :

- lundi, mardi, jeudi et vendredi de 9h30 à 17h30,
- samedi de 10h à 18h,
- fermé le mercredi et le dimanche.